

平成31年度採用

群馬県公立学校教員選考試験問題

中学校（数学）

受験番号		氏名	
------	--	----	--

注意事項

- 1 「開始」の指示があるまでは、問題用紙を開かないでください。
- 2 問題は、1ページから5ページまであります。「開始」の指示後、すぐに確認してください。
- 3 解答は、すべて解答用紙に記入してください。
- 4 「終了」の指示があったら、直ちに筆記具を置き、問題用紙と解答用紙の両方を机の上に置いてください。
- 5 退席の指示があるまで、その場でお待ちください。
- 6 この問題用紙は、持ち帰ってください。

- 1 第1学年「文字と式」の学習において、次のような問題を扱った。後の(1)～(4)の問いに答えなさい。

**【問題】**  
 マッチ棒を図のように並べます。 $n$ 個の正方形をつくるのに必要なマッチ棒の本数を求めなさい。

- (1) 右の式は、生徒Aがマッチ棒の本数を具体的な数値を基に表した式と、文字 $n$ を用いて表した式である。具体的な数値を用いた式と文字を用いた式では、どのような意味の違いがあるのか説明しなさい。

$3 \times 1 + 1$
$3 \times 2 + 1$
$3 \times 3 + 1$
$\vdots$
$3 \times n + 1$

- (2) 生徒Bは、マッチ棒の本数を、 $2n + (n + 1)$ と表した。どのように考えたのかわかるように解答用紙の図を線で囲み、その考え方を説明しなさい。
- (3) この問題を扱うとき、上記の $3n + 1$ や $2n + (n + 1)$ の他に、 $4n - (n - 1)$ なども取り上げ、複数の式を比較する場面を設定することがある。このような場面を設定する意義を書きなさい。
- (4) この問題の条件を変えて、本時の目標に即した力が、どのくらい定着しているかを評価できるような問題をつくりなさい。また、問題文とともに、生徒に提示する図もかきなさい。

- 2 第2学年「三角形と四角形」の学習において、以下は、図形の性質を見いだす授業場面における教師と生徒の会話である。後の(1)～(4)の問いに答えなさい。

教師：今から言う条件にあてはまるような図をかいてみてください。  
2つの線分AB、CDをそれぞれ中点Oで交わるように引き、AとC、BとDをそれぞれ結びます。どんな図形ができましたか。

生徒A：三角形が2つできました。

生徒B：(ア)  $\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ は合同になりそうです。

教師：なるほど。では、2つの三角形が合同になるのか、証明してみましょう。  
(略)

教師： $\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ は合同であることが証明できましたね。  
さて、(イ) 皆さんがかいた図をそれぞれ見比べてみましょう。

生徒C：あれ、ぼくのかいたものとずいぶん形が違うよ。

生徒D：2つの三角形の位置も違うよね。

生徒E：どちらの図でも本当に合同になっているのかな。

生徒F：どちらの図も確かに先生の示した条件にあてはまっているけど…。

- (1) 下線(ア)について、 $\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ が合同であることを証明しなさい。

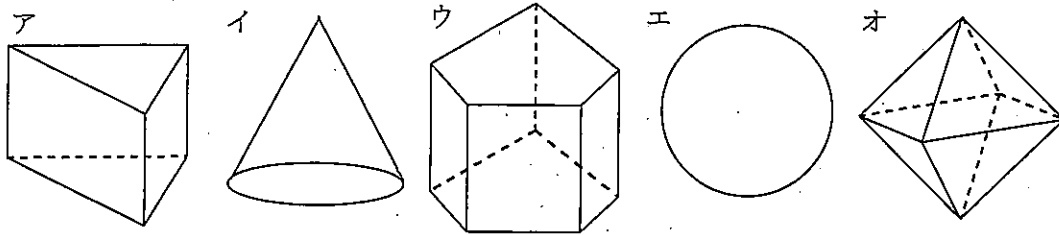
- (2) 教師は下線(イ)のように各自がかいた図を比較する場を設け、生徒から疑問を引き出そうとした。この時、生徒から出されると想定される図をその後の生徒の会話に合うように、2通りかきなさい。

また、このような活動を取り入れたのは、どのような意図からか書きなさい。

- (3)  $\triangle AOC \equiv \triangle BOD$ となることから、 $AC=BD$ 、 $\angle CAO=\angle DBO$ 、 $\angle ACO=\angle BDO$ であることも見いだすことができるが、この見いだした性質を条件に生徒がさらに見いだすことができる性質を1つ書きなさい。

- (4) この図形に、さらに $AO=DO$ という条件が加わると、新たにどのような性質等が見いだせるか1つ書きなさい。

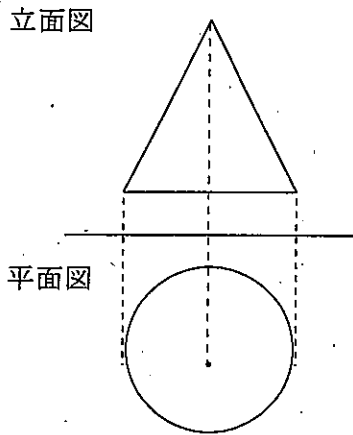
3 第1学年の「空間図形」の学習においては、観察、操作などの活動を通して、次のような立体の特徴について理解を深める学習をする。後の(1)～(4)の間に答えなさい。



(1) ア～オの図形の中から多面体をすべて選び記号で答えなさい。

(2) オの立体の投影図を、【例】を参考にしてかきなさい。

【例】イの投影図



(3) 正多面体とは、次の3つの条件をすべて満たす凸多面体のことである。下の  にあてはまる条件を書きなさい。

- ・すべての面が正多角形である。
- ・すべての  である。
- ・どの頂点にも面が同じ数だけ集まっている。

(4) 正多面体を構成できる正多角形は3種類のみである。その理由を説明しなさい。

- 4 第3学年「関数  $y = ax^2$  の活用」の学習において、生活場面における事象の中から数学の問題を見だし、その問題を解決できるような課題を設定した。後の(1)、(2)の問いに答えなさい。

パン屋を営んでいるAさんは、原価80円の新作パンの値段を350円に設定しました。その週の新作パンの1日の売上の平均個数は149個でした。また、次の週に同じ新作パンの値段を300円に設定したところ、1日の売上の平均個数は197個でした。新作パンの値段をいくらにすると最も利益が出ると予想できるでしょうか。

- (1) 問題を提示した後、次のような教師と生徒のやりとりが見られた。このとき、後の①～③の問いに答えなさい。

教師：最も利益が出るといのはどのように考えればよいと思いますか。  
生徒A：まず、1個あたりの利益を求め、売上の平均個数をかければ、新作パンの1日あたりの総利益が比較できると思います。  
生徒B：値段が350円の場合は、 $270円 \times 149$ 個で求められます。  
教師：では、値段が300円の場合はどうですか。  
(略)  
生徒C：値段が300円の場合は、値段が350円の時よりも利益が出ています。  
教師：では、値段が300円の時が最も利益が出ると言えるでしょうか。  
生徒A：言えないと思います。もっと、他の値段の時も調べた方がよいと思います。  
生徒C：でも、値段をいろいろと変えながら、何個売れるのかをその都度調べるのは大変だと思います。  
生徒B：(ア) パンの値段と売上の平均個数に何か関係があると考えれば、売上の平均個数が予想できるかもしれません。

- ① 下線(ア)のように、2つの数量の変化や対応の仕方に着目して、その2つの数量の間に関数関係があるかどうかを考えることがある。「パンの値段と売上の平均個数が関数関係である」ということは、どのようなことか説明しなさい。
- ② 新作パンの値段を  $x$  円としたとき、ある生徒は、1日の売上の平均個数を  $(500 - x)$  個と表した。どのように考えたかと想定されるか、説明しなさい。
- ③ 生徒たちは、1日の売上の平均個数  $(500 - x)$  個を使い、新作パンの1日の総利益を計算することにした。新作パンの1日の総利益を  $y$  円としたとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

- (2) (1)③で求められた式は、高等学校における2次関数の学習で扱われる。1日の利益が最も出ると想定できる新作パンの値段と、そのときの利益がいくらになるのかを、解答用紙に簡略化したグラフをかいた上で説明しなさい。

5 「確率」の学習について、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 次の会話は、教師Aと教師Bが第2学年の「確率」の学習指導について話し合っている様子である。後の①、②の問いに答えなさい。

教師A：来週から「確率」の単元に入りますが、授業のポイントはどこでしょうか。

教師B：「確率」については、不確定な事象を扱うということが、確率を求めることのよさを感じられるポイントの1つだと私は思います。

教師A：不確定な事象というのは、くじ引きのあたりやすさなどのことですね。

教師B：例えば、あたりのあるくじを、何番目に引くと有利になるかということは、生徒にとって日常生活とのずれを感じる学習場面ではないでしょうか。

教師A：実際は何番目に引いても有利になることはないですが、おそらく生徒は、「残り物には福がある」や「(ア)」等と感覚的にどちらかがあたりやすいと考えますよね。

教師B：くじ引きの場面では、「確率」を用いて不確定な事象の起こりやすさを説明できることを理解することが最も大切なこととなります。ですから、しっかり (イ) 起こり得る場合の数を数えることも大切になります。

教師A：なるほど、確率を根拠として説明できることが重要なポイントなのですね。単に計算で「確率」を求められるようになればよいわけではないのですね。

① (ア) にあてはまる生徒の考えの例を、「残り物には福がある」と対比させて書きなさい。

② 下線(イ)について、起こり得る場合の数を求めさせる際に順序よく整理する方法として、考えられる方法を2つ書きなさい。

(2) 赤玉3個、白玉2個の合計5個が入った袋がある。ここから3個の玉を取り出すこととする。次の①、②の問いに答えなさい。

① 同時に3個の玉を取り出すとき、赤玉2個と白玉1個が出る確率を求めなさい。

② 1個ずつ取り出し、取り出した玉をもとに戻して、合計で3個の玉を取り出すとき、赤玉2個と白玉1個が出る確率を求めなさい。

(3) 赤玉10個、白玉 $n$ 個 ( $n \geq 2$ )が入った袋がある。この袋から2個の玉を同時に取り出すとき、赤玉、白玉が1個ずつとなる確率を $P(n)$ とする。次の①、②の問いに答えなさい。

①  $P(n)$ を $n$ の式で表しなさい。

②  $P(n)$ が最も大きくなる $n$ とそのときの $P(n)$ を求めなさい。

数 学 解 答 用 紙	2 枚 中 の 1	受 験 番 号		氏 名	
-------------	-----------	---------	--	-----	--

(31年)

1

(1)		
(2)		
(3)		
(4)	【問題】	【図】

2

(1)			
(2)	図	図	意図
(3)			(4)

3

(1)	(2)	立面図
(3)		
(4)		平面図

数 学 解 答 用 紙	2 枚 中 の 2	受 験 番 号		氏 名	
-------------	-----------	---------	--	-----	--

(31年)

4

(1)	①		
	②		
	③		
(2)	簡略化したグラフ		
	説明		

5

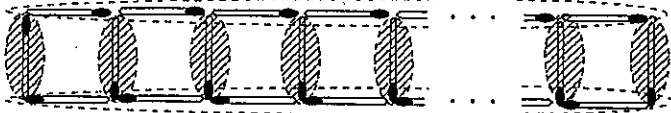

(1)	①	(3)	①	
	②		②	
(2)	①			
	②			

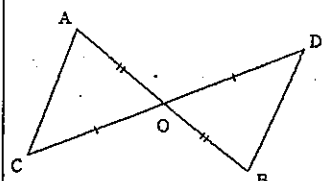
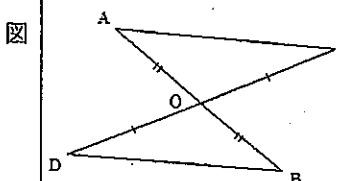


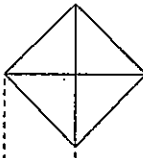
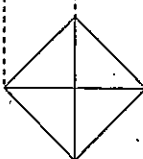
# 以下はあくまでも解答の一例です。

数学 解答用紙	2枚中の1	受験番号	氏名
---------	-------	------	----

(31年)

1.	(1)	具体的な数値を用いた式は、正方形の数を決めたときの棒の本数そのものを示しているが、文字を用いた式は、棒の本数を一般的に表現している。 など	【5点】	
	(2)		<b>【説明】</b> 上下合わせた棒の数を $2n$ 、縦の棒の数を $n+1$ と考えたことにより、合わせて $2n + (n+1)$ という式になった。など 【5点】	
	(3)	本数を求める考えが異なると、表す式も異なるということに気付くことができる。 など	【5点】	
	(4)	<b>【問題】</b> 棒を【図】のように並べます。 $n$ 個の正三角形をつくるのに必要な棒の本数を求めなさい。 など 【2点】	<b>【図】</b> 	【4点】

2.	(1)	<b>【証明】</b> $\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ において 線分 $AB$ , $CD$ は中点 $O$ で交わることから、 $AO = BO \dots \textcircled{1}$ $CO = DO \dots \textcircled{2}$ 対頂角は等しいから、 $\angle AOC = \angle BOD \dots \textcircled{3}$ $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ 【5点】		
	(2)	<b>【図】</b>  など 【5点】	<b>【図】</b>  など 【5点】	<b>【意図】</b> 条件を満たす全ての図形についての証明をしていることを理解させるため。 など 【5点】
	(3)	$AC // DB$ など	【4点】	
	(4)	・四角形 $ACBD$ が長方形になる。 など	【4点】	

3.	(1)	ア、ウ、オ	【5点】	(2)	立面図 
	(3)	面が合同	など 【5点】		平面図 
	(4)	多面体を作るには、1つの頂点に3つ以上の面が集まる必要がある。 正多面体は、各頂点に合同な正多角形が同数集まっており、3つ以上の面を1つの頂点に集めることができるのは、正三角形、正方形、正五角形しか考えられないから。 など 【7点】			など 【6点】

数学 解答用紙	2枚中の2	受験番号	氏名
---------	-------	------	----

(31年)

4	(1) ①	パンの値段を決めれば売上数がただ一つ決まるということ	など	【5点】
	②	値段と【売り上げ数の数値の和がおおよそ500になると考えて式を立てた。	など	【5点】
	③	$y = (x - 80)(500 - x)$	など	【5点】
(2)	簡略化したグラフ		など	【5点】
説明	この関数は、 $x = 290$ のとき最大値 $y = 44100$ をとる。新作パンの値段を290円に設定すると1日44,100円の売り上げが想定できる。など			【5点】

5	(1) ①	先に引かないとあたりがなくなってしまう など	【3点】	(3) ①	$P(n) = \frac{{}^{10}C_1 \times {}_n C_1}{{}^{10+n}C_2} = \frac{20n}{(n+10)(n+9)}$	など	【5点】
	②	樹形図、二次元の表	など		【3点】	②	$P(n) = \frac{{}^{10}C_1 \times {}_n C_1}{{}^{10+n}C_2} = \frac{20n}{(n+10)(n+9)}$ $\frac{P(n+1)}{P(n)} = \frac{20(n+1)}{(n+11)(n+10)} \times \frac{(n+10)(n+9)}{20n} = \frac{(n+1)(n+9)}{n(n+11)} \dots \textcircled{1}$ $\frac{P(n+1)}{P(n)} > 1 \text{ とすると } \textcircled{1} \text{ より } (n+1)(n+9) > n(n+11)$ $n^2 + 10n + 9 > n^2 + 11n$ $n < 9 \dots \textcircled{2}$ $\frac{P(n+1)}{P(n)} = 1 \text{ とすると } \textcircled{1} \text{ より } n = 9 \dots \textcircled{3}$ $\frac{P(n+1)}{P(n)} < 1 \text{ とすると } \textcircled{1} \text{ より } n > 9 \dots \textcircled{4}$
	(2) ①	$\frac{3}{5}$	【3点】		②、③、④より $P(1) < P(2) < \dots < P(9) < P(9) = P(10) > P(11) > \dots$ よって、 $n = 9, 10$ のとき、 $P(n) = \frac{10}{19}$		など
	②	$\frac{54}{125}$	【3点】				