平成３１年度採用

群馬県公立高等学校教員選考試験問題

数　　学

受験番号		氏名	

注　意　事　項

1　「開始」の指示があるまでは、問題用紙を開かないでください。

2　問題は、１ページから３ページまであります。「開始」の指示後、すぐに確認してください。

3　解答は、すべて解答用紙に記入してください。

4　「終了」の指示があったら、直ちに筆記具を置き、問題用紙と番号順に重ねた解答用紙を机の上に置いてください。

5　退席の指示があるまで、その場でお待ちください。

6　この問題用紙は、持ち帰ってください。

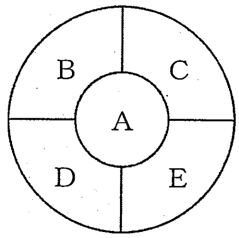
1　次の(1)～(6)の問いに答えなさい。ただし、解答は結果のみ記入すること。

(1)　10進法で表された数2018を、6進法で表せ。

(2)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき、不等式 $\sin 2\theta - \sin\theta < 0$ を解け。

(3)　右の図のＡ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅの部分を、異なる５色を用いて塗り分けるとき、塗り方は全部で何通りあるかを求めよ。

ただし、回転して同じになる塗り方は１通りとする。



(4)　中心が（－２，３）で、直線 $x + 2y + 1 = 0$ に接する円の方程式を求めよ。

(5)　$x = 2 - \sqrt{2}\,i$ のとき、$x^3 - 5x^2 + 10x - 5$ の値を求めよ。

(6)　次の和を求めよ。

$$\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{3\cdot4\cdot5}+\cdot\cdot\cdot+\frac{1}{10\cdot11\cdot12}$$

2　次の表は、２年Ａ組の生徒 20 名に対して実施したテストの結果を、得点順に並べたものである。後の(1)、(2)の問いに答えなさい。

得点	10	18	24	26	34	36	43	52	55	58	58	60	62	63	68	70	72	78	82	96

(1)　このデータについて、四分位範囲を求めよ。

(2)　同じテストを実施した２年Ｂ組の四分位範囲を求めたところ、22 点であった。Ａ組とＢ組のデータについて四分位範囲を比較することにより、２つのクラスのテスト結果にどのような違いがあると考えられるか、書け。

3　$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}=1$　であることを用いて、関数 $y=\sin x$ の導関数を求めなさい。

4　三角形 ABC の頂点 A，B，C と点 P が、$3\overrightarrow{\mathrm{PA}}+4\overrightarrow{\mathrm{PB}}+5\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\vec{0}$ を満たしている。次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1)　点 P はどのような位置にあるか、求めよ。

(2)　$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=5,\ |\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=6,\ |\overrightarrow{\mathrm{CA}}|=7$ のとき、△PAB の面積を求めよ。

5　関数 $y=(\log_3 9x)\log_3\dfrac{x}{3}$　$\left(\dfrac{1}{9}\leqq x\leqq 2\right)$ について、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1)　$\log_3 x=t$　とおくとき、t がとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　y の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

6　a を定数とする。x についての方程式 $ae^{-\frac{1}{4}x^2}=2x-9$ の異なる実数解の個数を調べなさい。

7　「数学Ⅲ」の微分法で扱う〔平均値の定理〕について、後の(1)、(2)の問いに答えなさい。ただし、解答については、授業で生徒に解説する場面を想定し、グラフ等を用いて説明すること。

〔平均値の定理〕

関数 $f(x)$ が閉区間 $[a\ ,\ b]$ で連続で、開区間 $(a\ ,\ b)$ で微分可能ならば、次の条件を満たす c が存在する。

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

(1)　関数 $f(x)$ が、$a<x\leqq b$ で連続であるが、$x=a$ で連続でないとき、定理は成り立たない。このことを、反例となる具体的な関数 $f(x)$ と a, b を示して説明せよ。

(2)　関数 $f(x)$ が、開区間 $(a\ ,\ b)$ 内において微分可能でない点が1つでもあると、定理は成り立たない。このことを、反例となる具体的な関数 $f(x)$ と a, b を示して説明せよ。

科目	数　学　解 答 用 紙	２枚中の１	受験番号		氏名	

（３１年）

1

(1)		(2)		(3)	
(4)		(5)		(6)	

2

(1)

(2)

3

4

(1)

(2)

科目	数　学　解答用紙	２枚中の２	受験番号		氏名	

（３１年）

5

(1)

(2)

6

7

(1)

(2)

以下はあくまでも解答の一例です。

科目	数　学　解 答 用 紙	２枚中の１	受験番号		氏名	

（３１年）

1 （**36 点**）

(1)	13202	(2)	$\frac{\pi}{3}<\theta<\pi$, $\frac{5}{3}\pi<\theta<2\pi$	(3)	30 通り
(4)	$(x+2)^2+(y-3)^2=5$	(5)	1	(6)	$\frac{65}{264}$

2 （**10 点**）

(1)

$$\frac{68+70}{2}-\frac{34+36}{2}$$

$$=69-35$$

$$=34$$

34 点　…（答）

(2)

Ａ組の方が、Ｂ組よりも散らばりの度合いが
大きいと考えられる。　…（答）

3 （**10 点**）

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{\sin(x+h)-\sin x}{(x+h)-x}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cos x\sin h-\sin x(1-\cos h)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left(\cos x\cdot\frac{\sin h}{h}-\sin x\cdot\frac{1-\cos h}{h}\right)$$

ここで　$\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}=1$

さらに　$\lim_{h\to 0}\frac{1-\cos h}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sin^2 h}{h(1+\cos h)}$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}\cdot\frac{\sin h}{1+\cos h}$$

$$=1\cdot\frac{0}{2}=0$$

よって　$y'=(\cos x)\cdot 1-\sin x\cdot 0=\cos x$　　…（答）

4 （**12 点**）

(1)

Ａを基点として考えると

$$-3\overrightarrow{AP}+4\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AP}+5\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{AP}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{12}(4\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{AC})$$

$$=\frac{3}{4}\cdot\frac{4\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{AC}}{9}$$

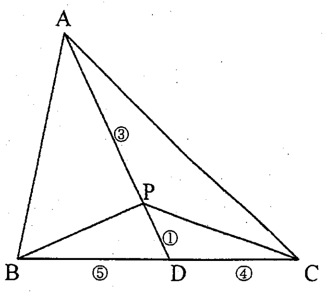
したがって、線分 BC を 5 : 4 に内分する点を D とすると、線分 AD を 3 : 1 に内分する点が P である。…（答）

(2)

$$\triangle\text{PAB}=\frac{3}{4}\cdot\triangle\text{ABD}$$

$$=\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{9}\cdot\triangle\text{ABC}$$

$$=\frac{5}{12}\ \triangle\text{ABC}$$



ここでヘロンの公式より

$$\triangle\text{ABC}=\sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)}$$

$$=6\sqrt{6}$$

であるから

$$\triangle\text{PAB}=\frac{5}{12}\cdot 6\sqrt{6}$$

$$=\frac{5\sqrt{6}}{2}$$　…（答）

科目	数 学 解 答 用 紙	２枚中の２	受験番号		氏名	

（３１年）

5 （**12 点**）

（1）

$t=\log_3 x$ は単調増加関数であるから

$\frac{1}{9} \leqq x \leqq 2$ のとき

$\log_3 \frac{1}{9} \leqq t \leqq \log_3 2$

したがって

$-2 \leqq t \leqq \log_3 2$ … (答)

（2）

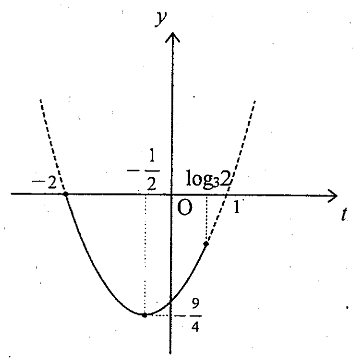
$y=(\log_3 x+\log_3 9)(\log_3 x-\log_3 3)$

$=(t+2)(t-1)$

$-2 \leqq t \leqq \log_3 2$ であるから

$t=-2$ のとき最大値 0,

$t=-\frac{1}{2}$ のとき最小値 $-\frac{9}{4}$



したがって

$x=\frac{1}{9}$ のとき最大値 0 ， $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき最小値 $-\frac{9}{4}$ …(答)

6 （**12 点**）

$a=e^{\frac{1}{4}x^2}(2x-9)$ であるから

$f(x)=e^{\frac{1}{4}x^2}(2x-9)$

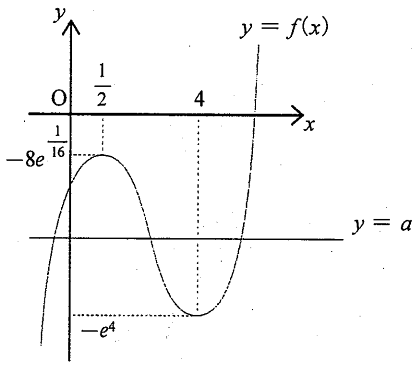
とおくと

$f'(x)=\frac{1}{2}e^{\frac{1}{4}x^2}(2x-1)(x-4)$

また $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ， $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$ であり

増減表は以下の通り

x	…	$\frac{1}{2}$	…	4	…
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	$-8e^{\frac{1}{16}}$	↘	$-e^4$	↗



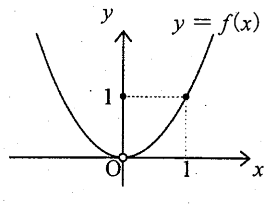
$y=f(x)$ のグラフと直線 $y=a$ との交点を考えると、
求める実数解の個数は

$$\begin{cases} a<-e^4,\ -8e^{\frac{1}{16}}<a & \text{のとき　1 個} \\ a=-e^4,\ -8e^{\frac{1}{16}} & \text{のとき　2 個} \\ -e^4<a<-8e^{\frac{1}{16}} & \text{のとき　3 個} \end{cases}$$ …（答）

7 （**8 点**）

（1）

$f(x)=\begin{cases} 1 & (x=0) \\ x^2 & (x \neq 0) \end{cases}$



$a=0,\ b=1$

とすると $y=f(x)$ のグラフは上のようになる。

このとき $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=0$ であるが

$0<c<1$ において $f'(c)=0$ となる

c は存在しない。

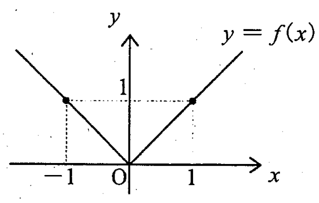
したがって、定理は成り立たない。

（2）

$f(x)=|x|$

$a=-1,\ b=1$

とすると



$y=f(x)$ のグラフは上のようになる。

このとき $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=0$ であるが

$-1<c<1$ において $f'(c)=0$ となる

c は存在しない。

したがって、定理は成り立たない。