

令和 8 年度採用

群馬県公立高等学校教員選考試験問題

数 学

受 験 番 号		氏 名	
------------------	--	------------	--

注 意 事 項

- 1 「開始」の指示があるまでは、問題用紙を開かないでください。
- 2 問題は、1 ページから 5 ページまであります。「開始」の指示後、すぐに確認してください。
- 3 解答は、すべて解答用紙に記入してください。
- 4 「終了」の指示があったら、直ちに筆記具を置き、問題用紙と番号順に重ねた解答用紙を机の上に置いてください。
- 5 退席の指示があるまで、その場でお待ちください。
- 6 この問題用紙は、持ち帰ってください。

1 次の問いに答えなさい。ただし、解答は結果のみ記入すること。

(1) 循環小数 $7.\dot{7}$ を分数で表せ。

(2) 次の方程式を解け。

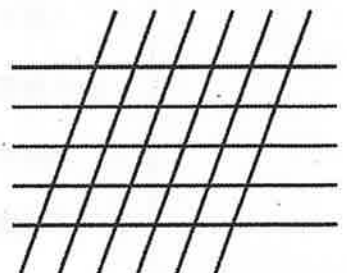
$$10^{3\log_{10}x} = 8$$

(3) 二項分布 $B(5, \frac{1}{4})$ の分散を求めよ。

(4) グラフが x 軸と 2 点 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ で交わり、点 $(2, 3)$ を通る 2 次関数の式を求めよ。

(5) 右の図は、互いに平行な 5 本の直線と、互いに平行な 6 本の直線が交わっている様子を示している。この図において、直線の交点のうち 4 つを頂点とし、直線の一部を 4 つの辺にもつ平行四辺形はいくつつくれるか、その総数を求めよ。

図



(6) 2 直線 $3x+2y+1=0$, $5x-y=0$ のなす角 θ を求めよ。ただし, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

(7) 円 $x^2+y^2=2$ が直線 $x-y-1=0$ から切り取る線分の長さを求めよ。

(8) $0 \leq \theta \leq \pi$, $\sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$ のとき, $\sin \theta + \cos \theta$ の値を求めよ。

(9) 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{x - 1}$$

以降の問題については、解答を求める過程についても解答用紙に記すこと。

2 次の不定積分を求めなさい。ただし、積分定数をCとする。

$$\int \frac{x^2 - x - 6}{x} dx$$

3 1個のさいころを10回投げて、素数の目がちょうど k 回出る確率を P_k とする。次の問いに答えなさい。

- (1) P_3 を求めよ。
- (2) P_k の最大値と、そのときの k の値を求めよ。

- 4 $\triangle ABC$ の内部に点 P があり、 $\overrightarrow{PA} + m\overrightarrow{PB} + n\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ (m, n は正の実数) を満たしている。
このとき、 $\triangle PBC$, $\triangle PCA$, $\triangle PAB$ の面積を、それぞれ S_1, S_2, S_3 とすると、
 $S_1 : S_2 : S_3 = 1 : m : n$
となることを証明しなさい。

- 5 $a_1=1, b_1=2, a_{n+1}=a_n+2b_n, b_{n+1}=4a_n+3b_n$ によって定められる数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ について、次の問いに答えなさい。
- (1) $2a_2 - b_2$ の値を求めよ。
 - (2) $a_4 + b_4$ の値を求めよ。
 - (3) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。

- 6 「実数 a, b が不等式 $a^2 + b^2 \leq 1$ を満たしながら変化するとき、点 $P(a+b, ab)$ の動く範囲を図示せよ。」という問題に対して、生徒Aは次のように解答した。下の問いに答えなさい。

＜生徒Aの解答＞

点 P の座標を (x, y) とおくと、 $x = a+b$, $y = ab$ であり、 $a^2 + b^2 \leq 1$ を満たすことから、

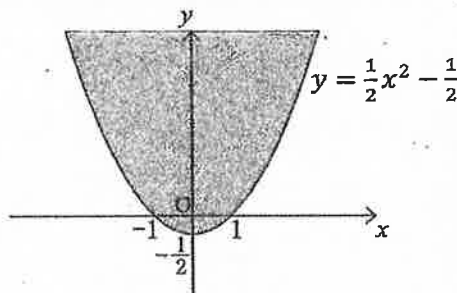
$$(a+b)^2 - 2ab \leq 1 \quad \text{すなわち} \quad x^2 - 2y \leq 1$$

この式を変形して

$$y \geq \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$$

したがって、求める範囲は右の図の影をつけた部分。

ただし、境界線を含む。



- (1) 生徒Aはこの解答を導いた後、求めた範囲内の点について調べたところ、点 P が $(0, 1)$ のときに、これを満たす実数 a, b が存在しないことに気づき、この解答のどこに問題があるかについて質問してきた。あなたなら、生徒Aにどのような説明をするか、簡潔に書け。
- (2) 「実数 a, b が不等式 $a^2 + b^2 \leq 1$ を満たしながら変化するとき、点 $P(a+b, ab)$ の動く範囲を図示せよ。」という問題に対する正しい解答を書け。

- 7 「数学B」の「統計的な推測」では、標本調査の考え方についての理解を深め、目的に応じて標本調査を設計し、収集したデータを基に母集団の特徴や傾向を推測し判断するとともに、標本調査の方法や結果を批判的に考察する力を養うことなどを目標としている。

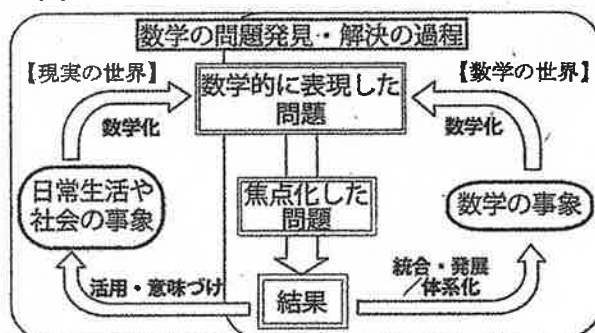
標本調査に関する次の問いに対して、高校数学の授業の場面を想定し、生徒が理解できるように説明しなさい。

- (1) 標本調査の利点を、全数調査と比較して説明せよ。
- (2) 標本調査をより正確に行うために注意すべき点について、標本調査の具体的な方法に触れながら、説明せよ。

- 8 「高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説 数学編」では、数学的に考える資質・能力を育成する上で重視する数学の問題発見・解決の過程について、右のような図で示している。このことについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 図中の【数学の世界】における「数学化」は、「数学の事象の数学化」を表している。「数学の事象の数学化」とはどのような学習過程であるか、簡潔に説明せよ。

図



- (2) 「数学の事象の数学化」を意識した授業の例を、具体的な単元や学習内容を挙げて説明せよ。

数学 解 答 用 紙	2 枚 中 の 1	受 験 番 号		氏 名	
------------	-----------	------------	--	--------	--

(8 年)

1

(1)		(2)		(3)		(4)		(5)	
(6)		(7)		(8)		(9)			

2

--

3

--

4

--

5

--

数学 解 答 用 紙	2 枚 中 の 2	受 験 番 号		氏 名	
------------	-----------	------------	--	--------	--

(8 年)

6

--

7

--

8

--

以下はあくまでも解答の一例です。

数学 解 答 用 紙	2 枚中の 1	受験 番号		氏 名	
------------	---------	----------	--	--------	--

(8 年)

1 (65 点) (1), (2) : 6 点×2 , (3) ~ (5) : 7 点×3 , (6) ~ (9) : 8 点×4

(1)	$\frac{70}{9}$	(2)	$x=2$	(3)	$\frac{15}{16}$	(4)	$y=-(x+1)(x-3)$	(5)	150
(6)	$\theta=\frac{\pi}{4}$	(7)	$\sqrt{6}$	(8)	$\sin\theta+\cos\theta=\frac{5}{4}$	(9)	$\frac{1}{4}$		

2 (10 点)

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \int x \, dx - \int dx - 6 \int \frac{1}{x} \, dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 - x - 6\log|x| + C \quad \dots \text{(答)} \end{aligned}$$

3 (20 点)

$$(1) P_3 = {}_{10}C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^{10-3} = 120 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{15}{128} \quad \dots \text{(答)}$$

$$(2) P_k = {}_{10}C_k \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(\frac{1}{2}\right)^{10-k} = \frac{10!}{k!(10-k)!} \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

ここで、 $P_k < P_{k+1}$ となる k について考える。 $1 \leq k \leq 10$ である k に対して、 $\frac{P_{k+1}}{P_k} > 1$ とすると

$$\frac{P_{k+1}}{P_k} = \frac{10-k}{k+1} > 1 \text{ より、} k < \frac{9}{2} \text{ したがって、} P_1 < P_2 < P_3 < P_4 < P_5 > P_6 > P_7 > P_8 \dots$$

$$\text{ゆえに、} k=5 \text{ のとき } P_k \text{ は最大となり、} P_5 = \frac{10!}{5!(10-5)!} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{63}{256} \quad \dots \text{(答)}$$

4 (20 点)

(証明)

$$\overrightarrow{AP} = m(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AP}) + n(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AP}) \text{ より、} \overrightarrow{AP} = \frac{m+n}{1+m+n} \cdot \frac{m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}}{m+n}$$

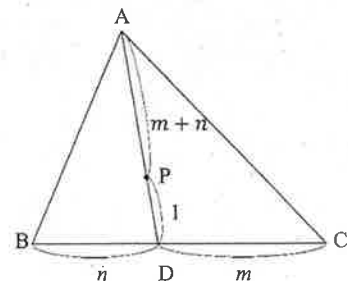
したがって、辺 BC を $n:m$ に内分する点を D とすると、

点 P は、線分 AD を $(m+n):1$ に内分する点である。

ここで、 $\triangle ABC$ の面積を S とおくと、

$$S_1 = \frac{1}{1+m+n} S, \quad S_2 = \frac{m}{1+m+n} S, \quad S_3 = \frac{n}{1+m+n} S$$

よって、 $S_1 : S_2 : S_3 = 1 : m : n$ (証明終)



5 (25 点)

$$(1) 2a_2 - b_2 = 0 \quad (2) a_4 + b_4 = 375$$

$$(3) 2a_{n+1} - b_{n+1} = -(2a_n - b_n), \quad 2a_1 - b_1 = 0 \text{ より、} 2a_n - b_n = 0 \cdot (-1)^{n-1} = 0 \quad \dots \text{①}$$

$$\text{また、} a_{n+1} + b_{n+1} = 5(a_n + b_n), \quad a_1 + b_1 = 3 \text{ より、} a_n + b_n = 3 \cdot 5^{n-1} \quad \dots \text{②}$$

①, ②より

$$3a_n = 3 \cdot 5^{n-1} \quad \therefore a_n = 5^{n-1} \quad \text{また、①より、} b_n = 2 \cdot 5^{n-1}$$

$$\text{したがって、} a_n = 5^{n-1}, \quad b_n = 2 \cdot 5^{n-1} \quad \dots \text{(答)}$$

数学 解 答 用 紙	2 枚 中 の 2	受 験 番 号		氏 名	
------------	-----------	------------------	--	--------	--

(8 年)

6 (20 点)

(1) (例) a, b は実数であるから, a, b が実数をとるような $x=a+b, y=ab$ の取り得る範囲を考える必要があり, その範囲と, 不等式 $a^2+b^2 \leq 1$ を満たす x, y の範囲の共通部分を考えなければならない。

(2) (例) 点 P の座標を (x, y) とおくと, $x=a+b, y=ab$ である。

a, b は実数であるから, a, b を解にもつ t の 2 次方程式 $t^2-(a+b)t+ab=0$ が実数解をもてばよいので,

$$D \geq 0 \text{ より, } (a+b)^2 - 4ab \geq 0 \quad x=a+b, y=ab \text{ であるから } x^2 - 4y \geq 0 \quad \therefore y \leq \frac{1}{4}x^2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

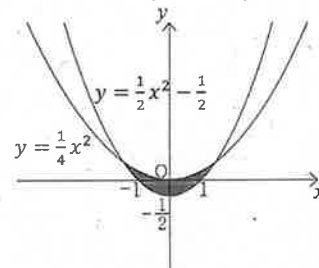
また, $a^2+b^2 \leq 1$ を満たすことから, $(a+b)^2 - 2ab \leq 1$

$$\text{すなわち } x^2 - 2y \leq 1$$

$$\text{この式を変形して } y \geq \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, 求める範囲は右の図の影を付けた部分。

ただし, 境界線を含む。



7 (20 点)

(1) (例) 調査の対象となるものをもれなく調べる全数調査に対して, 標本を抽出して調査し, その結果から全体の性質を推測することで, 調査に要するコスト (時間, 費用, 労力など) を減らすことができる。

(2) (例) 標本が母集団全体の特徴をよく表したものになるよう, 標本を無作為に抽出することに注意する必要がある。無作為に標本を抽出する具体的な方法としては, 母集団を複数の部分集団に分割し, その中から抽出した部分集団に対して全数調査を行う「クラスター抽出法」や, 抽出された部分集団からさらに標本を抽出する「2 段抽出法」などがある。

8 (20 点)

(1) (例) 数学の事象に対して, 数学的な見方・考え方を働かせ, 数量や図形及びそれらの関係などに着目し, 観察や操作, 実験などの活動を通して, 一般的に成り立ちそうな事柄を予想することで, 数学の事象から問題を見いだす過程のこと。

(2) (例) 「数学 C」の「ベクトル」において,

$\triangle ABC$ の内部の点 P が, $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ を満たしているとき,

3 つの三角形 $\triangle PBC, \triangle PCA, \triangle PAB$ の面積の比が, $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = 1 : 2 : 3$

となることから,

$\triangle ABC$ の内部の点 P が $\overrightarrow{PA} + m\overrightarrow{PB} + n\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ (m, n は正の実数) を満たすときに,

$\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = 1 : m : n$ となることを予想することで,

ベクトル方程式と面積の関係についての問題を見いだして証明する学習活動が考えられる。